

Отзыв научного руководителя  
о диссертации Ушакова Сергея Николаевича

“Константы неопределённости и системы целочисленных сдвигов”,  
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-  
математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный,  
комплексный и функциональный анализ

Константы неопределённости являются важным инструментом в изучении ортогональных и неортогональных систем функций в гильбертовом пространстве. Они характеризуют локализацию используемых функций как во временной (пространственной), так и в частотной областях. Первый ортонормированный базис, последовательность констант неопределённости элементов которого ограничена сверху, был построен в 1986 году И. Мейером, с чего и началась теория всплесков. В 1988 году Ж. Бургейн доказал, что можно построить ортонормированный базис с константой неопределённости для всех элементов, сколь угодно близкой к минимальной. Однако, что очень важно для теории всплесков, доказательство не дало конструктивных примеров в дальнейшем. Базисы Мейеровского типа, с улучшением свойств масштабирующей функции и уменьшением константы неопределённости, изучались в работах Лебедевой Е.А.. Актуальными остаются задачи улучшения свойств локализованности уже известных базисов функций. Одним из подходов к таким задачам является построение базиса всплескового типа, что на примере системы эрмитовых функций реализовали Ю. Престин и Б. Фишер.

В последние годы большое распространение в прикладных задачах получили системы целочисленных сдвигов функций. Они, как правило, не ортогональны. Поэтому разложение по этим системам дискретных оцифрованных сигналов связано с решением сложных интерполяционных задач. Ключевым моментом при решении таких задач часто является построение узловой функции.

Наиболее разработанными в этом плане являются базисные сплайны и системы равномерных сдвигов функции Гаусса. Случай функции Гаусса подробно рассмотрен в монографии В.Г. Мазьи, Г. Шмидта и последующих работах этих авторов. В цикле работ В.Л. Вендланда, В. Карлина показано, что системы сдвигов функции Гаусса могут быть применены для аппроксимации различных потенциалов, а также для решения линейных и нелинейных граничных задач математической физики. Различные аспекты интерполяции с помощью системы сдвигов функции Гаусса изучались в работах С.Ф. Бойса, К. Калкатерры. Изучение систем равномерных сдвигов для других функций, а также для конечномерных дискретизированных вариантов является актуальной задачей. Кроме того, так как нахождение узловой функции связано с получением её коэффициентов, то важными являются вопросы о свойствах этих коэффициентов. В работах по квантовой оптике, таких авторов как Э. Вольф, Р.Глаубер, Л. Мандель, А.М. Переломов, используются когерентные состояния, представляющие собой дискретный

вариант оконного преобразования Фурье в случае, когда в качестве окна выбрана функция Гаусса.

Отметим основные результаты, полученные в работе:

1. Получены формулы для вычисления константы неопределённости линейных комбинаций функций Эрмита. В случае двух функций минимум константы неопределённости найден аналитически, в случае трёх функций численно.

2. Доказаны знакопеременность и монотонность с ростом по модулю индекса коэффициентов узловой функции, построенной с помощью целочисленных сдвигов функции Гаусса, а также нарушение этих свойств для узловой функции, построенной с помощью целочисленных сдвигов функции Лоренца.

3. Для случая узловой функции, построенной с помощью конечных сумм сдвигов функции Гаусса, предложен способ уменьшения амплитуды колебаний за пределами отрезка интерполяции.

4. Получены формулы для констант неопределённости линейных комбинаций когерентных состояний в общем случае и проведено упрощение этих формул при дополнительных предположениях на коэффициенты линейных комбинаций. В процессе работы над диссертацией Ушаков С.Н. проявил себя как самостоятельный исследователь, им получены новые интересные результаты

Считаю, что диссертация Ушакова С.Н. “Константы неопределённости и системы целочисленных сдвигов” удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к кандидатским диссертациям, в том числе п.7 Положения о порядке присуждения ученых степеней, а её автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Научный руководитель,  
доктор физико-математических  
наук, профессор, математический  
факультет, кафедра  
функционального анализа  
и операторных уравнений,

Новиков Игорь Яковлевич,  
тел.: +7 905 651 08 60  
e-mail: igor.nvkv@gmail.com